

**Аннотация рабочей программы дисциплины (модуля)**  
**Б1.О.12 «Линейная алгебра и аналитическая геометрия»**

**Цели и задачи дисциплины**

**Цель дисциплины:**

– формирование у студентов базовых знаний, умений и навыков по линейной алгебре и аналитической геометрии

**Задачи дисциплины:**

- 1) овладение техникой вычисления различных величин;
- 2) овладение техникой построения кривых, поверхностей и тел.

В результате освоения дисциплины студент должен:

**Знать:**

- основные факты, свойства комплексных чисел;
- основные факты из теории матриц;
- основные понятия теории определителей;
- основные факты из теории многочленов;
- основные факты из теории векторных пространств и операторов;
- основные методы исследования систем линейных и алгебраических уравнений;
- основные определения и факты из теории метрических и векторных нормированных пространств;
- способы нахождения корней многочленов;
- операции с векторами в векторных пространствах;
- основные методы решения системы линейных алгебраических уравнений;
- понятия собственных значений и собственных векторов линейных операторов в конечномерных векторных пространствах;
- способы приведения квадратичных форм к каноническому виду;
- способы задания прямой на плоскости и в пространстве;
- способы задания плоскости;
- основные способы задания поверхностей.

**Уметь:**

- выполнять операции над комплексными числами;
- выполнять операции над матрицами;
- вычислять определители произвольного порядка;
- выполнять основные операции над многочленами;
- исследовать системы линейных и алгебраических уравнений;
- различными способами задавать поверхности;
- находить корни многочленов;
- уметь производить операции с векторами в векторных пространствах;
- решать различными способами системы линейных алгебраических уравнений;
- находить собственные значения и собственные векторы линейных операторов в конечномерных векторных пространствах;
- приводить квадратичные формы к каноническому виду;
- исследовать множества точек пространства;
- исследовать поверхности по их уравнениям.

**Владеть навыками:**

- решения основных задач теории комплексных чисел;
- решения основных задач теории многочленов;

- решения основных задач линейной алгебры и аналитической геометрии;
- исследования и решения систем линейных алгебраических уравнений;
- исследования поверхностей в трехмерном пространстве.

### Формируемые компетенции и индикаторы их достижения по дисциплине

Код компетенции	Содержание компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает основы естественнонаучных и общетехнических знаний, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности. ОПК-1.2. Умеет решать профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования. ОПК-1.3. Владеет навыками применения естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.

### Содержание разделов дисциплины.

#### Лекции.

Тема 1. *Комплексные числа и действия над ними.*

Комплексные числа. Алгебраическая, тригонометрическая формы комплексного числа. Геометрическое представление комплексного числа. Сложение, умножение, деление комплексных чисел. Натуральная степень комплексного числа. Извлечение корней из комплексных чисел. Решение квадратных и двучленных уравнений во множестве комплексных чисел.

Тема 2. *Матрицы.*

Матрицы и действия с ними. Обратная матрица. Элементарные преобразования матриц. Ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы.

Тема 3. *Определители.*

Определители второго и третьего порядка. Определители  $n$ -го порядка и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке (столбцу). Теорема Лапласа о разложении определителя. Определитель произведения матриц. Применение определителя при вычислении обратной матрицы.

Тема 4. *Системы линейных уравнений.*

Линейные уравнения и системы линейных уравнений. Разрешенные системы линейных уравнений. Преобразования систем линейных уравнений. Совместность систем линейных алгебраических уравнений Однородная и неоднородная системы. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений. Структура общего решения. Решение системы  $n$  линейных алгебраических уравнений методом Гаусса. Метод Жордана-Гаусса решения систем линейных уравнений. Решение систем  $n$  линейных алгебраических уравнений с  $n$  неизвестными по формулам Крамера. Решение матричных уравнений с помощью обратной матрицы.

Тема 5. *Векторная алгебра.*

Векторы. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось, прямую, вектор. Коллинеарность и компланарность векторов. Базисы. Системы координат. Декартова система координат. Полярная система координат. Цилиндрические и сферические координаты. Декартовы координаты векторов и точек. Скалярное произведение векторов, его основные свойства, координатное выражение. Векторное и смешанное произведение векторов, их основные свойства и геометрический смысл. Условие коллинеарности и компланарности векторов. Угол между векторами. Координатное выражение векторного и смешанного произведения.  $N$ -мерные векторы. Линейная комбинация векторов. Отрезок, деление отрезка в заданном соотношении. Линейная зависимость и независимость векторов и свойства этих понятий. Базис и ранг системы векторов. Базис и размерность пространства. Ортогональные системы векторов. Процесс ортогонализации системы векторов.

#### Тема 6. *Прямая и плоскость.*

Прямая на плоскости. Различные формы уравнений прямой на плоскости. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой. Прямая и плоскость в пространстве. Уравнения плоскости и прямой в пространстве. Общее уравнение плоскости. Различные способы задания плоскости. Взаимное расположение плоскостей, угол между плоскостями. Прямая в пространстве. Взаимное расположение прямых в пространстве. Расстояние между непересекающимися прямыми. Взаимное расположение прямой и плоскости. Угол между прямой и плоскостью.

#### Тема 7. *Линейные пространства.*

Линейные пространства. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Размерность и базис линейного пространства. Координаты вектора. Преобразование координат при переходе к новому базису. Конечномерные и бесконечномерные пространства. Изоморфизм линейных пространств. Подпространства линейного пространства. Пересечение, сумма и прямая сумма пространства.

#### Тема 8. *Многочлены.*

Многочлены от одной переменной. Сложение, умножение многочленов. Деление многочлена на многочлен. Корни многочлена. Теорема Безу. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное многочленов. Неприводимые многочлены. Многочлены 3-й и 4-й степени. Результант многочленов. Симметрические многочлены. Формулы Виета.

#### Тема 9. *Линейные операторы.*

Линейные операторы и действия с ними. Степень оператора. Единичный оператор. Матрица линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. Эквивалентные и подобные операторы.

Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Характеристический многочлен. Евклидовы пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Матрица Грама скалярного произведения, ее свойства. Ортогональный и ортонормированный базис. Процесс ортогонализации. Ортогональное дополнение подпространства в евклидовом пространстве. Сопряженные операторы в евклидовом пространстве и их свойства. Самосопряженные операторы. Построение ортонормированного базиса из собственных векторов самосопряженного оператора. Ортогональные операторы, их свойства. Ортогональные матрицы. Собственное значение матрицы. Собственные векторы матрицы и их свойства. Теорема Фробениуса-Беррона для неразложимых матриц. Инвариантные подпространства. Операторный многочлен. Треугольная форма. Корневые подпространства и их структура. Построение жордановой формы оператора.

#### Тема 10. *Операторы в евклидовом пространстве.*

Евклидовы и унитарные пространства. Скалярное произведение. Длина вектора. Неравенство Коши - Буняковского. Ортогональность. Процесс ортогонализации Шмидта. Ортогональные и ортонормированные базисы. Проекция вектора на подпространство. Ортогональные дополнения. Ортогональные суммы подпространств. Сопряженный оператор и сопряженная матрица. Теорема Шура. Нормальные, унитарные, эрмитовы и косоэрмитовы операторы и матрицы в унитарном пространстве. Нормальные, ортогональные, симметричные,

кососимметричные операторы и матрицы в евклидовом пространстве. Неотрицательно определенные и положительные определенные операторы.

#### Тема 11. *Квадратичные формы*

Билинейные и квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм. Сигнатура. Законоопределенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы. Понятие о тензорах. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.

#### Тема 12. *Кривые и поверхности 2-го порядка*

Эллипс, парабола, гипербола, их свойства, приведение к каноническому виду уравнения кривой 2-го порядка. Уравнения поверхности. Сфера, эллипсоиды, параболоиды, гиперболоиды, цилиндрическая поверхность. Приведение поверхности к каноническому виду.

### **Темы и планы практических занятий**

#### Тема. *Комплексные числа.*

- 1) Решение задач на выполнение алгебраических операций над комплексными числами.
- 2) Перевод записи комплексных чисел из алгебраической в тригонометрическую, из тригонометрической в алгебраическую.
- 3) Возведение комплексных чисел в натуральную степень.
- 4) Извлечение корней  $n$ -й степени из комплексного числа.
- 5) Изображение комплексных чисел на комплексной плоскости.
- 6) Решение задач во множестве комплексных чисел.
- 7) Решение двучленных и квадратных уравнений во множестве комплексных чисел.

#### Тема. *Матрицы.*

- 1) Матрицы и действия с ними (сложение, умножение на число, умножение матриц, транспонирование, приведение к ступенчатому виду, приведение к диагональному виду).
- 2) Ранг матрицы.

#### Занятия 3. *Определители.*

- 1) Вычисление определителей второго и третьего порядка по определению и с использованием свойств.
- 2) Разложение определителя по элементам строки, элементам столбца.
- 3) Вычисление миноров, алгебраических дополнений.
- 4) Вычисление определителей порядка выше третьего.
- 5) Решение уравнений с определителями.

#### Тема. *Системы линейных уравнений.*

- 1) Исследование разрешимости и совместности систем линейных уравнений.
- 2) Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса, Жордана-Гаусса, по формулам Крамера, с помощью обратной матрицы.

#### Тема. *Векторная алгебра.*

- 1) Векторы. Линейные операции над векторами.
- 2) Проекция вектора на ось, прямую, вектор.
- 3) Скалярное произведение векторов, его основные свойства, координатное выражение, применение в геометрических задачах.
- 4) Векторное и смешанное произведение векторов, их основные свойства.
- 5) Решение задач векторным способом.

#### Тема. *Прямая и плоскость*

- 1) Уравнения плоскости в пространстве. Общее уравнение плоскости.
- 2) Различные способы задания плоскости. Взаимное расположение плоскостей, угол между плоскостями.
- 3) Расстояние от точки до плоскости.
- 4) Прямая в пространстве, каноническое уравнение, параметрическое, прямая как пересечение двух плоскостей.
- 5) Переход от одного уравнения к другому. Угол между прямыми.
- 6) Взаимное расположение прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости.

7) Угол между прямой и плоскостью.

Тема. *Линейные пространства.*

- 1) Действительные и комплексные линейные пространства.
- 2) Линейная зависимость и линейная независимость.
- 3) Ранг системы векторов. Базис.
- 4) Координаты вектора. Преобразование координат.
- 5) Матрица системы векторов. Матрица перехода от базиса к базису.
- 6) Норма вектора.
- 7) Угол между векторами.
- 8) Ортонормированный базис. Ортогональный и ортонормированный базис.
- 9) Процесс ортогонализации.
- 10) Фундаментальные системы решений системы линейных однородных уравнений.

Тема. *Многочлены.*

- 1) Задачи на сложение, вычитание, умножение многочленов.
- 2) Деление многочлена на многочлен с остатком.
- 3) Вычисление НОД, НОК многочленов.
- 4) Разложение многочленов на неприводимые множители.
- 5) Вычисление корней многочлена. Применение схемы Горнера при делении на двучлен  $(x-a)$ .
- 6) Вычисление значений производных многочлена, разложение многочлена в ряд Тейлора.
- 7) Решение уравнений 3-й и 4-й степени.
- 8) Выражение симметрических многочленов через основные симметрические.
- 9) Решение задач на применение формул Виета.

Тема. *Линейные операторы.*

- 1) Матрица линейного оператора. Связь между координатами вектора и его образа.
- 2) Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.
- 3) Область значений. Ядро.
- 4) Сумма операторов. Произведение оператора на число. Произведение операторов.
- 5) Степень оператора. Единичный оператор.
- 6) Матрица линейного оператора. Матрица перехода.
- 7) Собственные значения и собственные векторы.
- 8) Характеристический многочлен.

Тема. *Квадратичные формы.*

- 1) Квадратичные формы.
- 2) Матрица квадратичной формы.
- 3) Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
- 4) Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы.

Тема. *Кривые и поверхности 2-го порядка.*

- 1) Эллипс, парабола, гипербола, их свойства, приведение к каноническому виду уравнения кривой 2-го порядка.
- 2) Сфера, эллипсоиды, параболоиды, гиперболоиды, цилиндрические поверхности.
- 3) Приведение поверхности к каноническому виду.